

Fiche de TD # 2

*Exercice 1*

Soit  $D = [-1, 2] \times [1, 4]$ . Calculer l'intégrale double  $\iint_D (2x + 6x^2y) dy dx$ .

*Exercice 2*

Calculer  $\iint_D xy dx dy$  où  $D$  est le triangle de sommets  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$ .

*Exercice 3*

Calculer  $\iint_D (2x - y)^2 dx dy$  où  $D$  est le parallélogramme limité par les droites d'équation  $y = x$ ,  $y = 2x$ ,  $y = x + 1$ ,  $y = 2x - 2$ .

*Exercice 4*

Calculer l'intégrale après avoir échangé l'ordre d'intégration.

- a)  $\int_0^3 \int_{y^2}^9 ye^{-x^2} dx dy$   
 b)  $\int_0^1 \int_x^{\sqrt{x}} e^{x/y} dy dx$

*Exercice 5*

Calculer l'aire  $A$  de la région du plan  $Oxy$  délimité par les graphiques de  $x = y^3$ ,  $x + y = 2$  et  $y = 0$ .

*Exercice 11*

Soit  $D$  la plaque homogène représentée dans la figure. Sans faire le calcul d'intégrales, en déduire les valeurs de

$$\iint_D 1 dx dy, \quad \iint_D x dx dy, \quad \iint_D y dx dy.$$

*Exercice 6*

Calculer le volume  $V$  du solide qui s'élève sur le domaine  $D$  du plan  $Oxy$  délimité par la droite d'équation  $y = 2x$  et la parabole  $y = x^2$  et couverte par le paraboléide  $z = x^2 + y^2$ .

*Exercice 7*

Calculer  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$  où  $D = \{x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$ .

*Exercice 8*

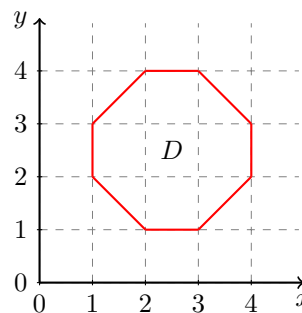
Calculer  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$  où  $D$  est le disque de centre  $(1, 0)$  et de rayon 1 en utilisant les coordonnées polaires.

*Exercice 9*

Calculer  $\iint_D x\sqrt{x^2 + y^2} dx dy$  où  $D = \{x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

*Exercice 10*

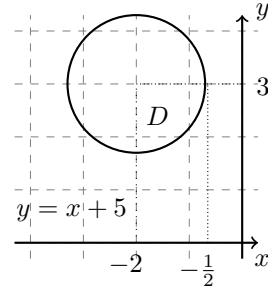
Calculer l'intégrale  $\iint_D e^{\frac{x+y}{x-y}} dx dy$  où  $D$  est la région de sommets  $(2, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(0, -2)$  et  $(0, -4)$ .



*Exercice 12*

Soit  $D$  la partie coloriée de la figure.

- Décrire  $D$  en coordonnées cartésiennes.
- Trouver un changement de variables adéquat pour décrire  $D$  en coordonnées polaires.
- calculer  $\iint_D \frac{x-y}{\sqrt{(x+2)^2 + (y-3)^2}} dx dy$ .



*Exercice 13*

Soit  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; (x-1)^2 + y^2 \leq 1; y \geq 0\}$ .

Calculer  $\iint_D y dx dy$

- En restant en coordonnées cartésiennes.
- En effectuant un changement en coordonnées polaires.

*Exercice 14*

Soit  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, 0 \leq z \leq 1\}$ .

Calculer l'intégrale  $\iiint_D (x^2 + y^2) dx dy dz$  en

utilisant les coordonnées cylindriques.

*Exercice 15*

Soit  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z \leq 1\}$ .

Calculer  $\iiint_D (x + y + z) dx dy dz$

- En restant en coordonnées cartésiennes.
- En effectuant le changement de variables

$$\begin{cases} u = x + y + z \\ v = y + z \\ w = z \end{cases}$$