Université Mouloud Mammeri
Faculté du Génie de la construction
Dpt de Génie Civil

Maths 3 (Section A & B) 2019/2020

Fiche de TD # 2

Exercice 1

Résoudre les équations différentielles du premier ordre suivantes :

$a)\ y'(x) = 3y(x),$
$b)\ y'(x) = \frac{y(x)}{x} - 1,$
$c)\ y'(x) - xy(x) = x,$
$d)\ y'(x) + \frac{y(x)}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$
$e)\ y'(x) - 2xy(x) = 3xe^{x^2},$
$f)\ y'(x) = xe^{y(x)},$
$g)\ y(x)y'(x) = x,$
$h)\ y(x) = \sqrt{y(x)}.$

Exercice 2

i) Intégrer l'équation à variables séparables

$$y'(x) + y(x)(y(x) - 1) = 0, \quad x > 0.$$

ii) Déterminer l'unique solution $y(x)$ vérifiant $y(0) = \frac{1}{2}$.
iii) Représenter graphiquement cette solution.

Exercice 3

Calculer les solutions des EDO linéaires du second ordre à coefficients constants suivantes :

$a)\ y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = 0,$
$b)\ y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = 0,$
$c)\ y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = 0,$
$d)\ y''(x) - y(x) = e^{2x},$
$e)\ y''(x) - 3y'(x) = e^{x}.$

Exercice 4

Résoudre le problème de Caucy

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + 10y(x) = 0 \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

Exercice 5

Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. On considére l'équation différentielle linéaire du second ordre
(1) $\quad y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad 0 < x < 1.$
On considère aussi les conditions aux limites suivantes
(2) $\quad y'(0) = y(1) = 0.$
Pour quelle valeur de λ le problème aux limites (1)-(2) posséde des solutions non nulles.

Exercice 6

Soient α et β deux nombres réels. On considère le problème aux limites
(1) $\quad y''(x) + y(x) = 1, \quad 0 < x < 1.$
(2) $\quad y(0) = \alpha, \quad y(1) = \beta.$
i) vérifier que $\varphi(x) = 1$ est une solution particulière de l'équation (1).
ii) Donner la solution générale de l'équation (3).
iii) Trouver une relation entre les valeurs aux limites α et β pour que le problème (1)-(2) possede une solution.