EXERCICE 1 *(10 points)*

Considérons le système de réservoir-conduite représenté par la figure 1. De l'eau s'écoule à travers la conduite de diamètre d=20cm avec un débit Q =170l/s. La canalisation est équipée d'un coude à 90° ayant un coeficient de perte de charge de 0,3. La rugosité de la conduite est donnée par : ε=1mm.

Déterminer :

1- la vitesse d'écoulement V dans la conduite en m/s,
2- le régime d'écoulement, si la viscosité cinématique de l'eau est $\nu=10^{-6}$ m²/s,
3- le coeficient de perte de charge linéaire λ,
4- les pertes de charge lineaires,
5- les pertes de charges singulières,
6- la pression Po à la surface libre du reservoir,
7- Les charges totales au niveau des différentes sections (1-1), (2-2).

NB :

8- **Ecoulement turbulent :** $\boldsymbol{\lambda = \dfrac{1}{\left[1{,}14 - 0{,}86\ ln\,\frac{\varepsilon}{D}\right]^2}}$ **;**

9- **Ecoulement laminaire :** $\lambda = \dfrac{64}{\mathrm{Re}}$

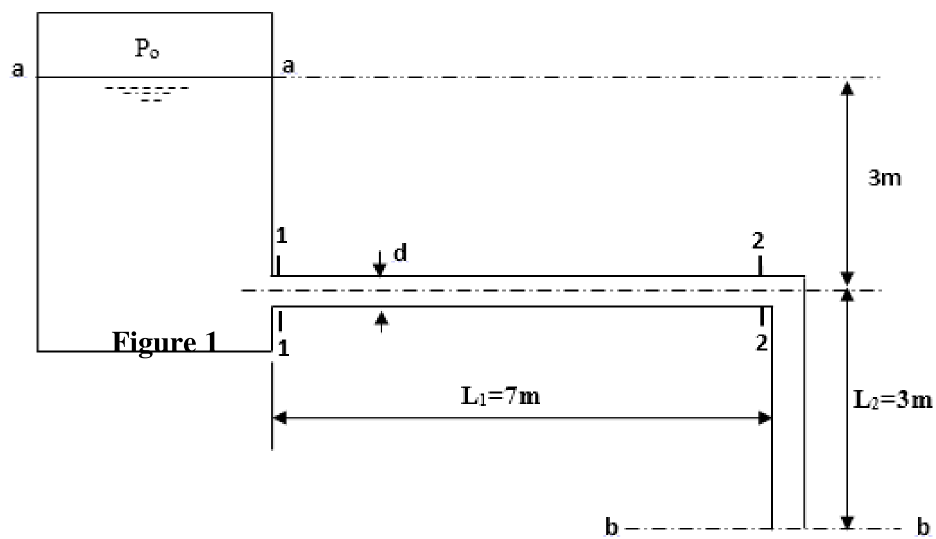
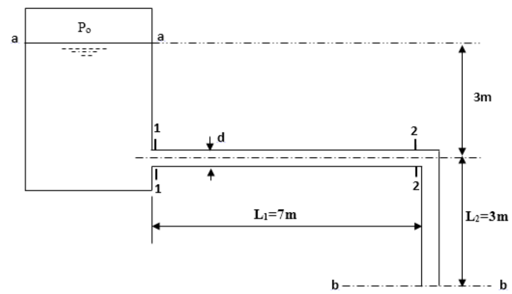


Figure 1

EXERCICE 1 *(10 pts)*



0.5

1- CALCUL DE LA VITESSES DANS LA CONDUITE

De l'équation de continuité : $Q = V.S = V.\frac{\pi d^2}{4}$

donc : $\boldsymbol{V = \frac{4\,Q}{\pi\,d^2}}$

Ce qui donne :

$$V = \frac{4\,Q}{\pi d^2} = \frac{4\,.\,170\,.\,10^{-3}}{\pi.\,(20\,.\,10^{-2})^2} \quad \Longrightarrow \quad V = 5.41\ m/s$$

2- LE REGIME D'ECOULEMENT

Le régime d'écoulement est caractérisé par le nombre de Reynolds Re qui est défini par le rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité :

$$\mathrm{R_e} = \frac{\mathrm{V.\ D_h}}{\nu}$$

0.5

avec : V *: vitesse de l'écoulement dans la conduite*
ν *: viscosité cinématique*
D_h *: diamètre hydraulique égale au diamètre d de la conduite*

D'où :

$$\mathrm{R_e} = \frac{\mathrm{V.\ d}}{\nu}$$

0.5

Ce qui donne : $\mathrm{R_e} = \frac{5.41\mathrm{x}20\ \ 10^{-3}}{10^{-6}} = 1082000 \gg 2000$

Le régime d'écoulement est donc turbulent. 0.5

3- CALCUL DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT λ

Le régime d'écoulement étant turbulent, le coefficient de perte de charge linéaire est donné par la relation suivante :

$$\lambda = \frac{1}{\left(1{,}14 - 0{,}86\ \ln\frac{\varepsilon}{D_h}\right)^2}$$

0.5

ε : rugosité de la conduite,

D_h : diamètre hydraulique égale au diamètre d de la conduite

Ce qui donne :

$$\lambda = \frac{1}{\left(1{,}14 - 0{,}86\ \ln\frac{0{,}001}{0{,}2}\right)^2} = 0{,}0308$$

0.5

4- CALCUL DES PERTES DE CHARGE LINEAIRES

Les pertes de charge linéaire se calcul par l'équation de *Darcy -Weisbach* :

$$\Delta h_l = \lambda \frac{L}{D_h} \cdot \frac{V^2}{2g}; \qquad (D_h = d)$$

0.5

L= longueur de l'écoulement.

λ, coefficient de frottement de la conduite, dit également coefficient de pertes de charge régulières.

$$\Delta h_{L\,1} = \lambda \frac{L_1}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

0.5

$$= \frac{0{,}0308x7}{0{,}2} \cdot \frac{(5.41)^2}{2\ x\ 9{,}81} = 0.3216 \text{ m}$$

$$\Delta \mathrm{h}_{\mathrm{L}\,2} = \lambda \frac{\mathrm{L}_2}{\mathrm{d}} \cdot \frac{\mathrm{V}^2}{2\mathrm{g}}$$

0.5

$$= \frac{0{,}0308x\ 3}{0{,}2} \cdot \frac{(5.41)^2}{2\ x\ 9{,}81} = 0.1378\ m$$

5- CALCUL DES PERTES DE CHARGE SINGULIERES

Les pertes singulières sont données par : $\Delta \mathrm{h_s} = \xi\, \frac{\mathrm{V}^2}{2\mathrm{g}}$

ξ : coefficient de pertes singulières

0.5

a. Sortie du réservoir et entrée dans la conduite

À l'entrée d'une conduite ou sortie du réservoir $\xi_1 = 0{,}5$.

Ce qui donne :

$$\Delta \mathrm{h_{s1}} = 0{,}5\,.\ \frac{5.41^{\,2}}{2\,.9{,}81} = 0.7458 \text{ m}$$

0.5

b. <u>Coude à 90°</u>

Dans ce cas $\xi_2 = 0{,}3$

Ce qui donne :

$$\Delta \mathrm{h_{s2}} = 0{,}3\,.\ \frac{5.41^{\,2}}{2\,.9{,}81} = 04475 \text{ m}$$

0.5

6- LA PRESSION PO A LA SURFACE LIBRE DU RESERVOIR

L'application de l'équation de Bernoulli entre la surface libre du réservoir (a-a) et la sortie de la conduite (b-b) donne :

$$\frac{P_a}{\varpi} + z_a + \alpha \frac{{V_a}^2}{2g} = \frac{P_b}{\varpi} + z_b + \alpha \frac{{V_b}^2}{2g} + \sum \Delta h \qquad \text{Où : } \alpha = 1$$

0.5

Par rapport à l'axe de référence (b-b), nous avons :

<u>Au niveau de la surface libre du réservoir (a-a)</u>

$$P_a = P_0$$
$$z_a = 6m$$
$$V_a \approx 0$$

<u>Au niveau de la surface libre du réservoir (b-b)</u>

$$P_b = P_{atm}$$
$$z_b = 0$$
$$V_b = 0$$

0.5

En remplaçant chaque terme, l'équation de Bernoulli devient :

$$\frac{\boldsymbol{P_0}}{\boldsymbol{\varpi}} = \left(\frac{V^2}{2g} - \boldsymbol{6}\right) + \sum \Delta \boldsymbol{h_L} + \sum \Delta \boldsymbol{h_s}$$

Ce qui donne :

$$\frac{\boldsymbol{P_0}}{\boldsymbol{\varpi}} = \left(\frac{(5.41)^2}{2x9.81} - \boldsymbol{6}\right) + 0.3216 + 0.1378 + 0.7458 + 04475$$

$$\Longrightarrow \frac{\boldsymbol{P_0}}{\boldsymbol{\varpi}_{\boldsymbol{0}}} = -\boldsymbol{2.85m}$$ 0.5

- En pascal

$$\boldsymbol{P_0} = 9.81x10^3(-2.85) = -0.28x10^5 Pascal$$ 0.5

En bars

$$\boldsymbol{P_0} = -0.28\ Bars$$ 0.5

7- LES CHARGES TOTALES AU NIVEAU DES DIFFERENTES SECTIONS (1-1), (2-2).

- **H_{1-1} ?**

$$H_{1-1} = H_{a-a} - \Delta \mathrm{h}_{s1}$$

$$\Longrightarrow H_{1-1} = -2.85 + 6 - 0.7458 = 2.404\mathrm{m}$$ 0.5

- **H_{2-2} ?**

$$H_{2-2} = H_{a-a} - \Delta \mathrm{h}_{s1} - \Delta h_{L\,1}$$

$$\Longrightarrow H_{2-2} = -2.85 + 6 - 0.7458 - 0.3216 = 1.658\mathrm{m}$$ 0.5