

LABORATOIRE D'HYDRAULIQUE

TP N ° 1 D'MDF : FORCE HYDROSTATIQUE

I. But de la manipulation

Les deux objectifs de cette expérience sont :

- Détermination de la poussée (force) hydrostatique agissant sur une surface plane immergée dans l'eau lorsque la surface est partiellement immergée ou complètement immergée.
- Détermination de la position de la ligne d'action de la poussée (centre de poussée) et comparaison de la position déterminée par expérience avec celle théorique

II. Description de l'appareil

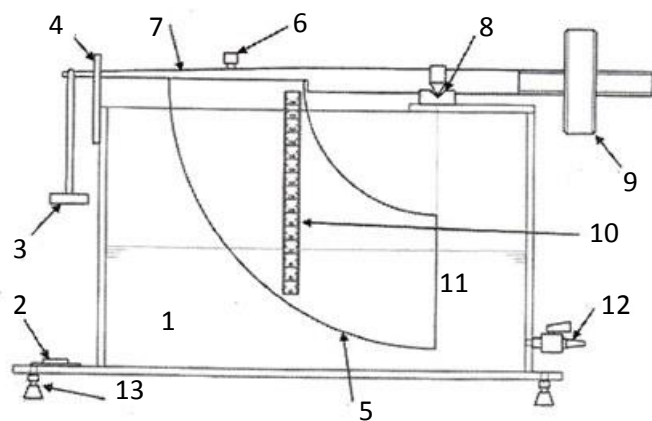
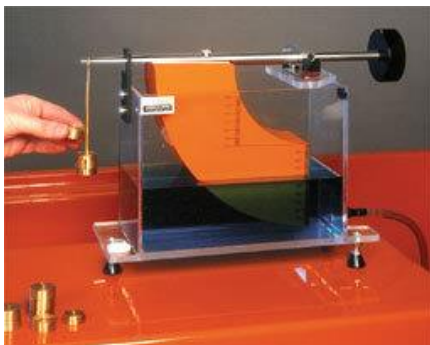


Figure : Appareil de pression hydrostatique

- | | | |
|-----------------------|-------------------------------|-------------------------|
| 1. Réservoir | 2. Niveau à eau | 3. Plateau |
| 4. Indicateur | 5. Quadrant (Torroïde) | 6. Fixation du quadrant |
| 7. Bras de la balance | 8. Pivot | 9. Contre poids |
| 10. Graduations | 11. Surface plane du quadrant | 12. Vidange |
| 13. Vis de réglage | | |

III. Théorie

Lorsque le quadrant est immergé dans l'eau, il est possible d'analyser les forces agissant sur les surfaces du quadrant comme suit :

La force hydrostatique en un point quelconque de la surface courbe est normale à la surface. La ligne d'action de cette force passe par le pivot qui se situe à l'origine des rayons. Par conséquent, les forces Hydrostatiques sur les surfaces courbes supérieures et inférieures n'ont donc aucun effet net - aucun couple ne doit affecter l'équilibre de l'ensemble car les lignes d'action de toutes ces forces passent par le pivot. En outre, les forces sur les côtés du quadrant sont horizontaux et s'annulent (égaux et opposés). La force hydrostatique exercée sur la face immergée verticale est équilibrée par le poids $w = mg$. La force hydrostatique sur la face peut donc être calculée à partir de la valeur du poids de la balance et de la profondeur de l'eau comme suit :

Lorsque le système est en équilibre, les moments autour du point de pivot sont égaux :

$$mgL = F \cdot L_F$$

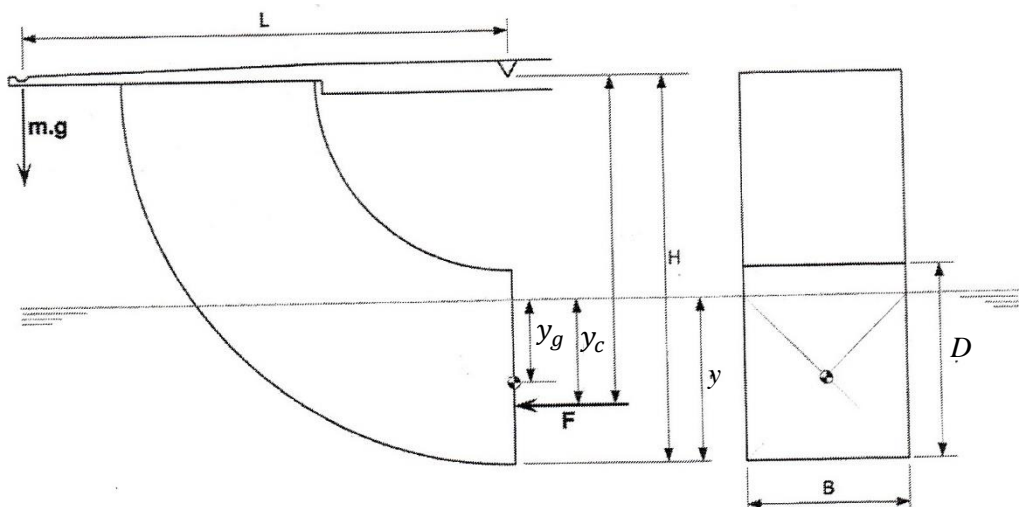
Où,

m est la masse mise sur le plateau ; g est l'accélération due à la gravité ; L est la longueur du balancier ; F est la poussée hydrostatique ; L_F est la distance entre le pivot et le centre de poussée.

Ainsi, en calculant la poussée hydrostatique et la position du centre de poussée sur la face vertical du quadrant, nous pouvons comparer les résultats théoriques et expérimentaux.

A. Plan vertical partiellement immergé

Ceci concerne le cas où la face verticale du quadrant est partiellement immergée (figure).



Où:

L est la distance horizontale entre le pivot et le support de poids ; H est la distance verticale entre le pivot et la base du quadrant ; D est la hauteur de la face du quadrant ; B est la largeur de la face du quadrant ; y est la profondeur de l'eau à la base du quadrant ; y_c est la distance verticale entre la surface et le centre de pression.

Les forces indiquées sont, la poussée hydrostatique, F , et le poids mg .

Force hydrostatique : La poussée hydrostatique peut être définie comme :

$$F = P_g A = \varpi y_g \cdot B y \quad (\text{en Newton})$$

Où : $A = By$ est l'aire de la section soumise à la poussée de l'eau ; $y_g = \frac{y}{2}$ est la profondeur du centre de gravité de la section. Par suite :

$$F = \frac{1}{2} \rho g B y^2 \quad (1)$$

Bras de levier expérimental de la force hydrostatique F : Le moment, M , de la force F est :

$$M = F \cdot L_F \text{ (Newton mètre)}$$

A l'équilibre statique ce moment est égal à celui du poids, W , de la masse mise sur le plateau dont le moment est proportionnel à la longueur L de la balance :

$$F \cdot L_F = WL = mgL$$

En tenant compte de (1) le bras de levier de F est :

$$L_F = \frac{mgL}{F} = \frac{2mgL}{\rho g B y^2} \text{ en mètre}$$

Bras de levier théorique de la force hydrostatique F :

La position du centre de poussée, c , par rapport à la surface libre de l'eau peut être déterminée théoriquement par la relation suivante :

$$y_c = \frac{I_x}{A y_g} \quad (2)$$

Où I_x est le moment d'inertie de l'aire de la section immergée par rapport à l'axe x appartenant à la surface libre. Le théorème d'huyghens pour les axes parallèles permet d'écrire :

$$I_x = \bar{I}_x + A y_g^2$$

$$I_x = \frac{1}{12} B y^3 + B y \cdot \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} B y^3 \quad (3)$$

Injectons(3) dans (2) :

$$y_c = \frac{I_x}{A y_g} = \frac{\frac{1}{3} B y^3}{B y (y/2)} = \frac{2}{3} y \quad (4)$$

La position du centre de poussée par rapport au pivot (bras de levier L_F) est donné par :

$$L_F = H - y + y_c \quad (5)$$

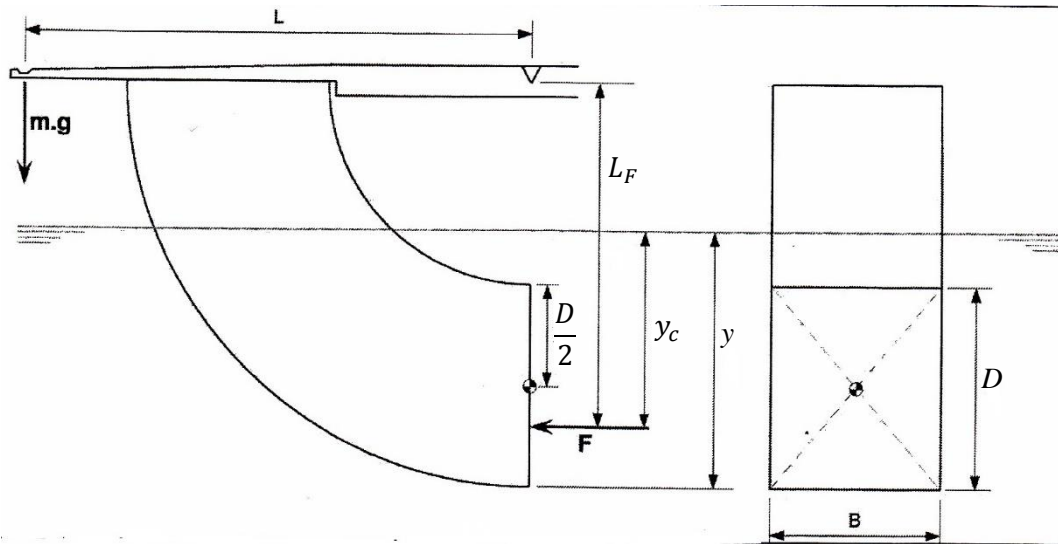
En tenant compte de (4) le bras de levier L_F de la force F pour la section verticale partiellement immergée est :

$$L_F = H - \frac{1}{3} y$$

Le moment de F peut par conséquent être calculé.

B. Plan vertical complètement immergé

Ceci concerne le cas où la face verticale du quadrant est complètement immergée (figure).



Où :

y est la profondeur de l'eau à la base du quadrant ; F est la force hydrostatique ; y_c est la distance verticale entre la surface et le centre de pression ; L_F est le bras de levier de F (distance du centre de pression au pivot) ; B est la largeur de la face du quadrant ; D est la hauteur de la section du quadrant ; $mg = W$ est le poids sur le plateau.

Force hydrostatique : La poussée hydrostatique F peut être définie comme :

$$F = P_g A = \varpi y_g \cdot BD = \varpi \left(y - \frac{1}{2}D \right) \cdot BD = \rho g BD \left(y - \frac{1}{2}D \right) \quad (\text{en Newton})$$

$$F = \rho g BD \left(y - \frac{1}{2}D \right) \quad (6)$$

Bras de levier expérimental de la force hydrostatique F : Le moment, M , de la force F est :

$$M = F \cdot L_F \quad (\text{Newton mètre})$$

À l'équilibre statique, ce moment est égal à celui du poids, W , de la masse mise sur le plateau dont le moment est proportionnel à la longueur L de la balance :

$$F \cdot L_F = WL = mgL$$

En tenant compte de (6) le bras de levier de F est :

$$L_F = \frac{mgL}{F} = \frac{mgL}{\rho g BD \left(y - \frac{1}{2}D \right)} = \frac{mL}{\rho BD \left(y - \frac{1}{2}D \right)} \quad \text{en mètre}$$

Bras de levier théorique de la force hydrostatique F :

La position du centre de poussée, c , par rapport à la surface libre de l'eau peut être déterminée théoriquement par la relation suivante :

$$y_c = \frac{I_x}{Ay_g} \quad (2)$$

Où I_x est le moment d'inertie de l'aire de la section immergée par rapport à l'axe x appartenant à la surface libre. Le théorème d'huyghens pour les axes parallèles permet d'écrire :

$$I_x = \bar{I}_x + Ay_g^2$$

$$I_x = \frac{1}{12}BD^3 + BD \cdot \left(y - \frac{D}{2}\right)^2 = BD \left(\frac{1}{12}D^2 + \left(y - \frac{1}{2}D\right)^2\right) \quad (7)$$

Injectons(7) dans (2) :

$$y_c = \frac{I_x}{Ay_g} = \frac{BD\left(\frac{1}{12}D^2 + \left(y - \frac{1}{2}D\right)^2\right)}{BD\left(y - \frac{1}{2}D\right)} = \frac{\frac{1}{12}D^2 + \left(y - \frac{1}{2}D\right)^2}{y - \frac{1}{2}D} \quad (8)$$

La position du centre de poussée par rapport au pivot (bras de levier L_F) est donné par :

$$L_F = H - y + y_c \quad (5)$$

En tenant compte de (8) le bras de levier L_F de la force F pour la section verticale complètement immergée est :

$$L_F = H - y + \frac{\frac{1}{12}D^2 + \left(y - \frac{1}{2}D\right)^2}{y - \frac{1}{2}D} \quad (9)$$

Le moment de F peut par conséquent être calculé.

IV. Procédure expérimentale

1. A l'aide d'une règle graduée revérifier les valeurs de B , D , H et L ;
 (notre appareil est caractérisé par : $B = 7,5 \text{ cm}$, $D = 10 \text{ cm}$; $H = 20 \text{ cm}$; $L = 27,5 \text{ cm}$) ;
2. Régler l'horizontalité de l'appareil à l'aide du niveau à eau (2) et des vis de réglage (13) ;
3. Ajuster le bras de la balance (7) horizontalement à l'aide du contre poids (9) et du repère (4) ;
4. Fermer le robinet de vidange (12) ;
5. Poser un poids de 50g sur le plateau de la balance,
6. Equilibrer le dispositif dans le plan horizontal en ajoutant graduellement de l'eau dans le réservoir (1) ;
7. Noter dans le tableau ci-dessous la valeur du poids et de la hauteur d'eau y dans le réservoir ;
8. Répéter les points 5 et 6 en ajoutant graduellement des poids jusqu'à ce que l'eau atteigne le niveau maximum possible ;
9. Répéter la procédure ci-haut en diminuant graduellement les poids et en vidant le réservoir à l'aide du robinet de vidange (12) et prendre la moyenne des y quand celle de la montée est différente de celle de la descente.

Remarque : On doit prendre au moins cinq mesures pour chaque cas d'immersion (partiellement et complètement).

Tableau de calcul : Force hydrostatique sur une plaque plane partiellement et complètement immergée

Partiellement immergé									
Expérimental							Théorique		Rapport
N°	Masse $m(gr)$	Niveau d'eau $y(mm)$	Poids $W = mg (N)$	Force F (N) éq. 1	Bras L_F $L_F = WL/F$	Centre de poussée $y_c = L_F - H + y$	Profondeur y_c éq. 4	Bras L_F	L_{Fexp}/L_{Fth}
1	50								
2	70								
3	100								
4	150								
5	200								
6	240								
Complètement immergé									
Expérimental							Théorique		Rapport
N°	Masse $m(gr)$	Niveau d'eau $y(mm)$	Poids $W = mg (N)$	Force F (N) éq. 6	Bras L_F $L_F = WL/F$	Profondeur y_c $y_c = L_F - H + y$	Profondeur y_c éq. 8	Bras L_F	L_{Fexp}/L_{Fth}
1	250								
2	270								
3	300								
4	350								
5	400								
6	430								

V. Travail demandé

Traiter séparément le partiellement et le complètement immergé en faisant pour chaque cas le travail suivant :

1. Remplir le tableau à partir des mesures expérimentales
2. Tracer sur des graphiques et analyser les relations suivantes :
 - a) La force F en fonction de la profondeur y de l'eau,
 $F = f(y)$.
 - b) La profondeur du centre de poussée y_c en fonction de la profondeur de l'eau y ,
 $y_c = f(y)$
 - c) Sur un même graphique, la profondeur du centre de poussée y_c théorique et expérimentale en fonction du numéro d'essai,
 $y_{c_{exp}} = f(N^o)$ et $y_{c_{th}} = f(N^o)$
 - d) Rapport $L_{F_{exp}}/L_{F_{th}}$ en fonction de la profondeur y de l'eau
 $L_{F_{exp}}/L_{F_{th}} = f(y)$
 - e) Profondeur du centre de poussée expérimentale en fonction de celle théorique,
 $y_{c_{exp}} = f(y_{c_{th}})$

FIN