

Université Mouloud Mammeri de Tizi ousou
Faculté du Génie de la Construction
Département de Génie Mécanique

UEM 1.2 M1-Energetique-Semestre 2

Méthode des Volumes Finis

Abdennacer Ahmanache

Informations sur le cours

Durée	:	15 semaines
Volume Horaire Semestriel	:	45h00 (Cours :01h30, TP:1h30)
Horaires	:	Cours : Dimanche (08:00-09:30) TP : Dimanche (Gr1 09:30-11:00) (Gr 2 11:00-12:30)
Ouvrages de référence	:	<ul style="list-style-type: none">❖ Patankar, S. V. (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow❖ Versteeg, H. K. and W. Malalasekera (2007). An Introduction to CFD : The finite volume method❖ Darwish, M. M., L.; Moukalled, F (2016). The finite volume method in CFD : an advanced introduction with OpenFOAM® and Matlab®
Salles	:	Cours : E08; TP : C10 informatique
Mode d'évaluation	:	Contrôle continu 40 % Examen 60 %
Volume Horaire Semestriel	:	ah.nacer.fgc.tizi@gmail.com

Présentation du cours

L'objectif principal de ce cours est d'initier l'étudiant à la méthode des volumes finis.

Au terme de ce cours l'étudiant devra être capable de :

1. **Maîtriser** la discrétisation des EDP par la méthode des volumes finis.
2. **Résoudre** les équations discrétisées par des algorithmes de calcul (SIMPLE, SIMPLER...)
3. Permettre aux étudiants d'**élaborer** des codes de calculs en volumes finis.

Contenu du cours

Chapitres

	Durée
1. Généralités sur le calcul de dynamique des fluides (CFD)	1 semaine
2. La méthode des volumes finis pour les problèmes de diffusion	2 semaine
3. La méthode des volumes finis pour les problèmes de convection-diffusion	3 semaine
4. Les algorithmes de solution (SIMPLE, SIMPLER, PISO)	3 semaine
5. Solution des équations algébriques discrétisées	2 semaine
6. La méthode des volumes finis pour les écoulements transitoires	2 semaine
7. La méthode des volumes pour les problèmes de convection-diffusion (méthode ψ - ω)	2 semaine

Prérequis

- ✓ Transfert de chaleur 1 (L3-S5)
- ✓ Mécanique des fluides approfondie (M1-S1)
- ✓ Transfert de chaleur et de masse approfondi (M1-S1)
- ✓ Méthodes numériques approfondies (M1-S1)
- ✓ TP Méthodes numérique (M1-S1)

Chapitre 1

Introduction Générale

Qu'est ce que la MVF ?

La MVF est une technique numérique qui permet de transformer les équations aux dérivées partielles, traduisant les lois de conservations de la physique, en des équations algébriques discrètes, sur des volumes finis.

Mise en œuvre de la MVF

- Etape 1: discrétisation du domaine géométrique en volumes finis distincts
- Etape 2: transformation des équations aux dérivées partielles en équations algébriques en les intégrant sur chaque volume finis: obtention de matrices locales sur chaque volume
- Etape 3: assemblage des différentes matrices et obtention d'un système global d'équations algébriques
- Etape 4: résolution du système d'équations algébriques et obtention des valeurs des variables aux points discrets

Utilisation de la MVF

La MVF est essentiellement utilisé en
Mécanique des Fluide Numérique (MFN)
Computational Fluid Dynamics (CFD)

Qu'est ce que la CFD ?

“We are literally at a significant point in history. A third branch of the scientific method, computer simulation, is emerging as a day-to-day tool. It is taking its place next to experimental development and mathematical theory as a way to new discoveries in science and engineering”.

John Rollwagen, chairman and CEO of Cray Research, to the opening session of Supercomputing 89.

Qu'est ce que la CFD ?

La CFD est l'étude des systèmes mettant en jeu les phénomènes physiques de transfert de chaleur et de masse, des écoulements fluides, de la combustion et de tout autre phénomène connexe à l'aide de simulations exécutées sur des ordinateurs.

Applications de la CFD

- ❖ aérodynamique des avions et de l'automobile
- ❖ hydrodynamique navale
- ❖ moteur à combustion interne et turbines à gaz
- ❖ turbomachines
- ❖ refroidissement des circuits électroniques
- ❖ industrie chimique, solidification, croissance cristalline ...etc
- ❖ chauffage et climatisation des habitations
- ❖ génie environnemental : pollution de l'air, des mers et des océans
- ❖ hydrologie, océanographie
- ❖ prévisions météorologiques
- ❖ applications biomédicales: étude de l'écoulement sanguin dans les veines et les artères.

Comment faire de la CFD ?

1. Utilisant des codes commerciaux : ANSYS/Fluent; ANSYS/CFX; COMSOL; SIMSCALE; PHOENICS;...etc
2. Utilisant des codes open source : OpenFoam; SU2; Code_Saturn; OpenFVM; ...etc
3. En écrivant son propre code!

Mise en œuvre d'un code de CFD

1. **Pré-processing** (géométrie, maillage, choix des phénomènes physiques à étudier, propriétés thermo physiques, Conditions aux limites et conditions initiales)
2. **Solver** (mise en œuvre de la MVF)
3. **Post-processing** (visualisation et traitement des données)

Equations de Navier-Stokes

Equation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) = 0$$

Equation de conservation de la quantité de mvt

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{u}) + \nabla(\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \mu \Delta \vec{u} + S_M$$

Equation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho C_p T) + \nabla \cdot [\rho C_p \vec{u} T] = \nabla \cdot [k \nabla T] + S_E$$

Equation différentielle générale

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_{\text{Terme instationnaire}} + \underbrace{\nabla(\rho\phi\vec{u})}_{\text{Terme convectif}} = \underbrace{\nabla(\Gamma\nabla\phi)}_{\text{Terme de diffusion}} + \underbrace{S_\phi}_{\text{Terme source}}$$

Equation différentielle générale

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla(\rho\phi\vec{u}) = \nabla(\Gamma\nabla\phi) + S_\phi$$

1. Si $\phi = 1$ et $S_\phi = 0$ on retrouve l'équation de continuité
2. Si $\phi = \vec{u}$ et $\Gamma = \mu$ et $S_\phi = S_M$ on retrouve l'équation de conservation de la quantité de mvt
3. Si $\phi = C_p T$ et $\Gamma = k/c_p$ et $S_\phi = S_E$ on retrouve l'équation de l'énergie

Equations aux dérivées partielles

- Equation de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

- Equation de propagation des ondes

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

- Equation de la chaleur

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial t}$$

- Equations de Navier-Stokes

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \mathbf{v}] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho \mathbf{v}] + \nabla \cdot \{\rho \mathbf{v} \mathbf{v}\} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f}_b$$

Equations algébriques

- Equation du second degré :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- Polynômes :

$$7x^{42} - x^7 + 3 = 0$$

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0,$$